
京都エネカン協会

ENEKAN

Volume 23

特定非営利活動法人(NPO)
京都エネルギー・環境研究協会

2025年7月19日

エネカン冊子　23 号目次　　　　　2025/07/19

編集後記

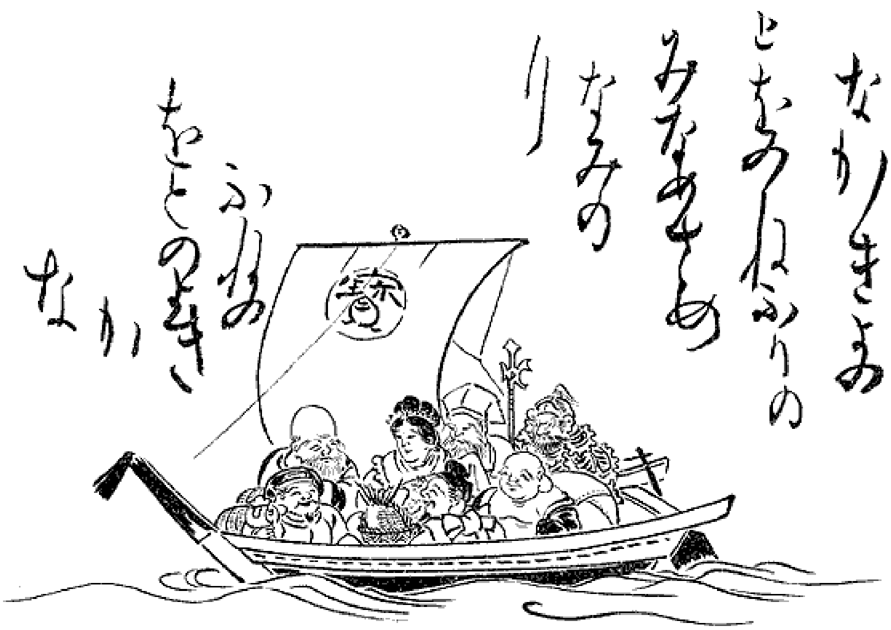
総会に間に合うために頑張って 23 号を纏めました。今号のポイントは物事の濃度を 0 から無限までカバーして、その結果、混合のエントロピーが増大も減少もする。と言うエネカンが以前から書いて来たアイデアの更なる纏めです。無限濃度というと皆が超高密度を想像して、物理学で問題にされている、ブラックホールの問題に結びつけて考えるのですが、エネカンでは、無限濃度の事柄は、身近に存在する。と述べているのです。サイフを容器のモデルとして、お金をそこに入れる物体のモデルと見れば、1 円入りのサイフ 1 個が濃度 1.0 すなわち最大濃度と見るのが従来の熱力学です、サイフ無しに路に転がってる 1 円はサイフ 0 ですから、濃度は 1/0 すなわち、濃度∞なのです。

この無限はサイフ 1 個を与えれば濃度 1 状態〔1 円入りのサイフ〕になるのですから、1 個の無限です。無限の個数を数えて喜ぶのがエネカンらしいと思って下さい。勿論カラのサイフ 1 個はゼロ 1 個と数えられます。

回文短歌の挿絵はネットからの借用ですが、80 年前、子供の頃にはテレビもグーグルも無かったので、年末になるとこの絵を売る兄さんが走り回っていました。正月にこの絵を枕に敷いて寝ると良い初夢が見られる、と親に教えられました。

ランダムウオークの話は、石原会員の一昨年の記事、素数とエントロピー、の続編として書いてもらったのです。難しそうな数式が並んでますが、ランダムウオークをすると必ず元の出発点に戻る、と書いてあるのが面白い、と言うか自然の仕組み、の不思議さを感じました。

エネカンもそろそろ「天国良い所、1 度行きたい」とも思い始めていますが、今 23 号に未だ書き足り無さも感じるので、当面、成り行きまかせ。とします。お元気で～～～！



回文歌

ながきよのとおのねふりのみなめざめなみのりふねのおとのよきかな

長き夜の遠の眠りのみな目覚め 波乗り船の音の良きかな

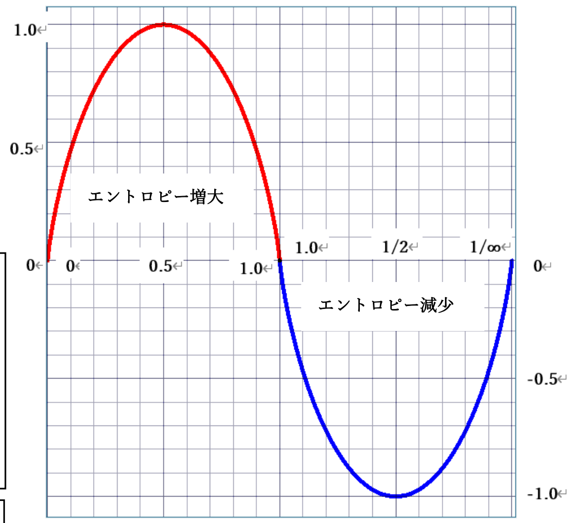
回文は真ん中の字が前後共有の 1 字。

お金濃度 とサイフ濃度 はいずれも

真ん中で 1.0。

従って混合のエントロピーは

真ん中で log(1) = 0 となる。



エントロピー増大と減少論文

3 頁　Figure 3

京都エネルギー・環境研究協会■エネカン■: 鏡音楽

アベマリア　発想の転換

2012 年に考えついた、回文の音楽版が上記サイトに載せてある。エントロピーとの類似性も書いてある。鏡音楽演奏例もあります。ハトポッポなど面白いでよ。

エントロピー増大式　($0 \le x \le 1$)

$$-(x\log x + (1-x)\log(1-x))$$

エントロピー減少式　($1 \le x \le 2$)

$$-((x-1)\log(1/(x-1))+(2-x)\log(1/(2-x)))$$

京都エネカン　2025/06/26

「濃い状態は薄くなり、薄いものは濃くならない」
エントロピーは増大だけして減少しない
熱力学第 2 法則の間違い
京都エネカン　2025/07/19

表題に書いたエントロピー増大の法則は教科書が誤りなのです。数学的説明は後にして、実際の現象として、濃い状態が薄くなることも、薄い状態が濃くなることも起こる身近な例を見ましょう。

サイフを入れ物、お金を入れる物、と見るとして。サイフ 1 個にお金 1 円が入っている状態を濃度 1 と見るとすれば、お金が 0 円しか無ければお金濃度 0 です。濃度 0 は完全に稀薄な状態と見られ、濃度 1 は完全に濃い状態とみられます。

サイフ 1 個に 1 円状態が濃度変化の全部と見ることは 1 円で無く百円でも千円でも何百円でもそれを 1 円と見なす事は自由ですから、濃度を 0 から 1 までの範囲で考えてお金の濃さは常に 1 以下、つまり 1 より稀薄である。と見る事が可能であり、濃度は常に稀薄な状態に移るという熱力学第 2 法則が教科書に載っています。

混合のエントロピーと呼ばれる濃度状態の役立ち方を示す変数はお金濃度の対数に負号を付けた数で示されます。対数が何かは別に説明しますが、0.5 の対数は-log(0.5) = 1.0 となりコレは濃度 0 から 1 までの変化の中でエントロピー最大の状態です。

このように、サイフ 1 個にお金 1 円を濃度の最高値と見るのが従来の熱力学です。しかし、誰も、教科書を丸呑みしなければ、待てよ、サイフ 1 個にお金 2 円入れることは当たり前の操作です。これはお金濃度 2 ですね。こんな事は自然に起こるはずです。もっと極端に考えれば、サイフ 1 個に無限円のお金を入れたら濃度はどうなるか？

この疑問を解くために、考えたモデルが、道に転がってる 1 円の濃度です。
つまりサイフ 0 個でお金 1 円、状態を評価する方法です。

見方の変換をして、サイフの中のお金でなくて逆にお金 1 円当たりのサイフ個数を濃度と見る方法を考えると、元の濃度では無限大だった濃度をその逆 (1/∞)=0 と見ることになります。そうなると元の濃度が 2 だった値が 0.5 となります。つまり元の濃度 1 以上については、濃度の逆数を新しい濃度値と見るのです。但し、新

しい濃度値のエントロピーを計算するには、新しい濃度値の対数に負号をつけてエントロピーが負になる条件が濃度を新しくした結果に伴います。

濃度１以上で濃度の逆数を新しく濃度と見る。という操作の意味など、説明を分かりやすくするのは面倒なので、熱力学の教科書では除外されている、自然現象として、物事が常に稀薄化して、濃化することは起こらない。と言う現象がここに挙げた、道に転がってる１円をサイフ１個に入ってる１円と合体させるとサイフ１個に２円存在する状態、つまり、濃度２（濃度が濃くなる）現象が身近に観察出来る。という例が実際に起こる、つまり熱力学第２法則の間違いが実証できるのです。

別の例を述べて見ましょう。

パチンコ玉１個がプラス１ボルトに帯電しているとき、それをマイナス１ボルトに帯電している１個と接触させると電気が中性（0 ボルト）のパチンコ玉２個になります。その内の１個をプラス１ボルトの玉と接触させると、１個当たりプラス 0.5 ボルトの玉になります。

この現象は空のサイフ１個と１円入りのサイフとを合わせると 0.5 円入りのサイフが出来る。片方のサイフにあった１円の分け方は、0.8 円と 0.2 円とか無数に有る中、五分五分の均等配分が究極、エントロピー値最大(1.0)である事と同じです。

逆に、中性になった玉１個とマイナス１ボルトの玉１個とを接触させると、１個当たりマイナス 0.5 ボルトの玉になります。

この現象は、道に転がってる１円と、１円入りのサイフ１個とを合わせると２円入りのサイフ１個が出来る、濃度としてお金１円あたりのサイフ数を考えると、濃度 0.5 の時にエントロピー最小（-1.0）となる事と同じです。

どうでしょう、物質密度の対数として混合のエントロピーを考える時に濃度 0 から１までだけを計算して、エントロピー増大則を唱えてる教科書も一般書も、
まさか中性のパチンコ玉はマイナス１ボルトの玉と接触させてはイケナイと言い張ることは出来ないはずです！

京都エネカン　新宮秀夫〒606-0854 京都市左京区下鴨東岸本町 38
Tel 090-6259-9536　shingu@enekan.jp　http://www.enekan.jp/

二次元のランダムウォークと拡散現象

京都大学名誉教授　石原慶一

（復習）

ENEKAN Vol.21 P18 に拙稿「素数とエントロピー」を掲載させていただいた。今回、その続編をということでしたが、この話題を取り上げることとしました。

素数の話のなかで、ある十分大きな数 n が素数である確率$P(n)$としたとき、調和数列の和として表されるところが味噌でした。

$\frac{1}{P(n)} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots = \sum \frac{1}{k} \approx \log(n)$　　　[1]

これにより、x 以下に含まれる素数の数$\pi(x)$は

$\pi(x) = \sum \frac{1}{\log(k)} \approx \frac{x}{\log(x)}$　　　[2]

となります。

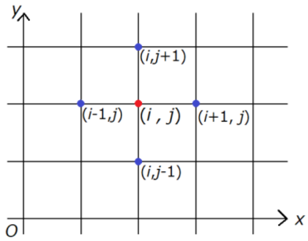


図１　二次元のランダムウォークの説明図

二次元のランダムウォーク

図１のような格子を考えます。この中である粒子が格子点を渡り歩くことを考えます。いま(i,j)にいた次の瞬間には 1/4 の確率で上下左右の隣接点のどこかに移動します。従って、遠くまで移動するかと思えばもどってくることもあります。ここで今回の問題は原点を起点として元に戻ってくる確率はどの程度かを考えたいと思います。京都にお住まいであれば交差点のたびにどちらに進むかくじ引きで決めたとして、元に戻ってこられるかどうかを想像してください。

上下左右に n 歩動いた結果として(0,0) にいると言うことは，それぞれ東にn_e 歩，西にn_w 歩，北にn_n 歩，南にn_s 歩だけ動いているとします。時刻 n で原点にいる確率$P_n(0,0)$ を考えてみましょう。$P_n(0,0)$がゼロにならないためには n は偶数である必要があり、n=2m とします。

$n_e = n_w;\ n_n = n_s;\ n_e + n_n = m$　　　[3]

となる。このようになる場合の数は、

$\binom{n}{n_e}\binom{n-n_e}{n_w}\binom{n-n_e-n_w}{n_n}\binom{n-n_e-n_w-n_n}{n_s} = \frac{n!}{n_e!n_w!n_n!n_s!} = \binom{n}{n_e n_w n_n n_s}$　　[4]

となります。なお、右辺は多項係数を示しています。従って、$l = n_e$とすると、

$P_{2m}(0,0) = \frac{1}{4^{2m}} \sum_{n_e+n_n=m} \binom{n}{n_e n_w n_n n_e} = \frac{1}{4^{2m}} \sum_{l=0}^{m} \frac{(2m)!}{(l!)^2((m-l)!)^2}$　　　[5]

とあらわすことができ、さらに、関係式　$\sum_{\ell=0}^{m} \binom{m}{\ell}^2 = \binom{2m}{m}$、$n! = \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$を用いて、

$P_{2m}(0,0) = \frac{1}{4^{2m}} \sum_{\ell=0}^{m} \frac{(2m)!}{(m!)^2} \frac{(m!)^2}{(\ell!)^2((m-l)!)^2} = \frac{1}{4^{2m}} \binom{2m}{m} \sum_{\ell=0}^{m} \binom{m}{\ell}^2 = \left[\frac{1}{4^m}\binom{2m}{m}\right]^2 \approx \frac{1}{\pi m}$　　　[6]

となることから、N ステップ目で一度も元に戻らなかった確率は$\frac{\pi}{logN}$となります。N が大きくなれば、ゼロとなるので、いつかは絶対に元に戻ってきます。この性質を再帰性があるといいます。同様に 1 次

元のランダムウォークも再帰性がありますが、3 次元以上だと空間が広すぎて再帰性が失われることが知られています。図 2 はシミュレーションした結果です。

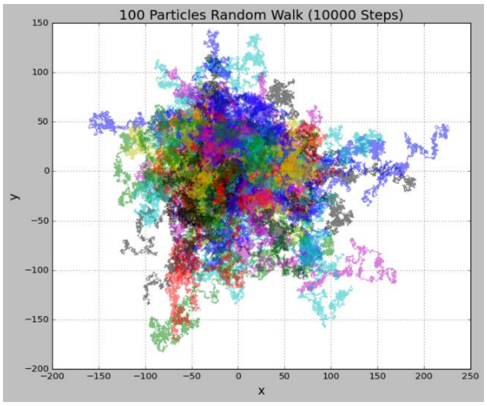


図 2 100 粒子について 10000 ステップで試行した結果

拡散現象

ランダムウォークは拡散現象と考えられます。インクを垂らして広がる様子を想像してください。図 3 は平均二乗変位を求めたグラフですが、拡散距離は拡散係数の 4 倍($\sqrt{4Dt}$)なので、このグラフの傾きから拡散係数は 0.136 となります。理論的には 1/6=0.166 となることが別途計算できます。さらにエントロピーの変化を計算してみましょう。エントロピーS は各格子点に入っている粒子の数を全粒子数で割った値を p として、

シャノンのエントロピー

$S = \sum p_k \log_2 p_k$　[7]

とします。図 4 に実際に計算した値を示します。この図では収束しているように見えます。インクの染みは理論上無限にどこまでも広がりますが、有限時間だとある範囲以上は大きくならないということになります。

最後に前稿の素数の存在確率との関係を最後に調べておきましょう。ランダムウォークが N ステップ目も原点に帰ってこない確率$P_N(0,0)$は N が素数である確率と同様に 1/log(N)程度であり、どちらも調和関数から導かれるということになります。見かけがたまたま同じなのか何らかの関係があるのかについては筆者には定かではありません。

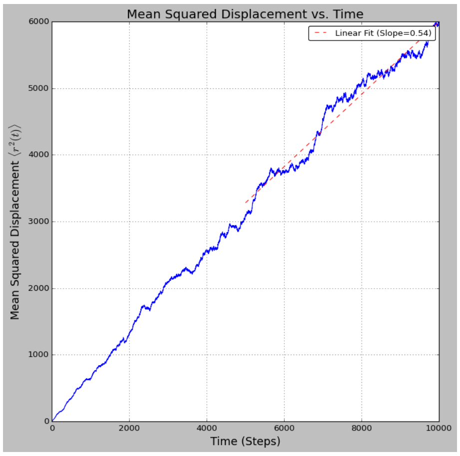


図 3 図 2 のシミュレーション結果から平均二乗距離を計算した結果。

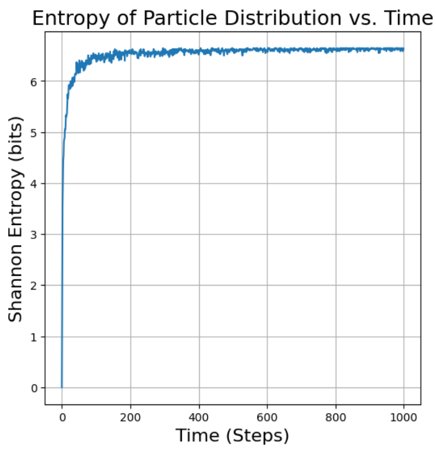


図 4　エントロピーが時間と共に増大する様子

参考文献

原 隆、数学特論 A3 の後半(https://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~hara/lectures/11/tokuronA3-ho.pdf)

（補足）

式[6]の説明。

$\sum_{\ell=0}^{m}\binom{m}{\ell}^2=\binom{2m}{m}$　[7]

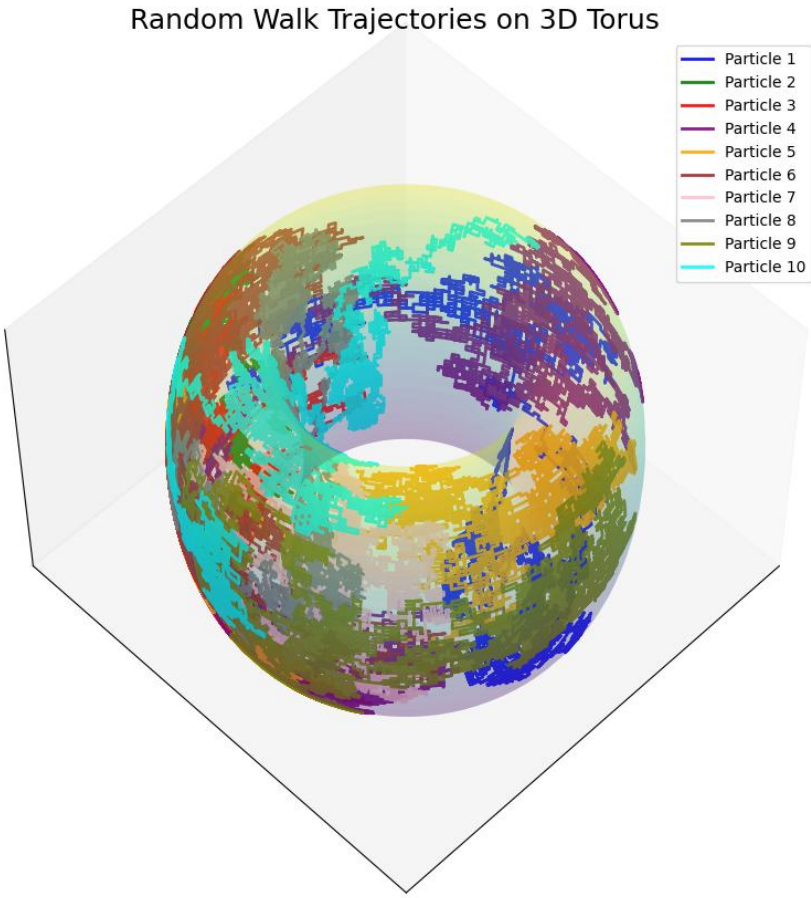
において、右辺は$2m$からmを取る組み合わせを表しています。視点をかえて、$2m$をそれぞれmの二つに分割して、グループ 1 からℓを取り、グループ 2 から$(m-\ell)$をとるとします。この組み合わせは、前者は$\binom{m}{\ell}$、後者は$\binom{m}{m-\ell}$となり合わせて$\binom{m}{\ell}^2$、さらに$\ell=0$から$\ell=m$まで加算する必要があり式[7]の左辺となります。

$\left[\frac{1}{4^m}\binom{2m}{m}\right]^2\approx\frac{1}{\pi m}$　[8]

は、左辺にスターリングの公式、$n!=\sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$ を用いると右辺となります。

おまけ

二次元格子で周期境界条件（両端が繋がっている条件）を付すとトーラス（ドーナッツの形）上のランダムウォークとなります。下図は 100 粒子、10000 ステップ、格子の大きさは 200x200 で計算し、このうちの 10 粒子の軌跡を描いたものです。有限の面積なので均一に広がります。



エントロピー増大と減少

京都エネカン　新宮秀夫　2025/06/17

序文

エントロピーは物事の濃度差に応じた効用（役に立ち方）変化の評価法です。従って先ず濃度変化の数学的表現法をおさらいしましょう。

ここで濃度を x で表すことにして、 x は 1 単位の空間に何個の物事が含まれているかを表現していると定義します。

濃度変化とは x が 0 から∞まで変化することだと見られることになります。

そこでエントロピーは x の対数による表現, S = log(x) として定義されている指標なのです。（ここで使用する対数関数 log(x) の底は、計算値を分かりやすくする為に 2 を使います。log2 =1, log0.5 = -1 です）。

熱力学の第 2 法則として知られている法則は濃度 x の如何なる変化が起こってもエントロピーは必ず大きくなる、とされています。

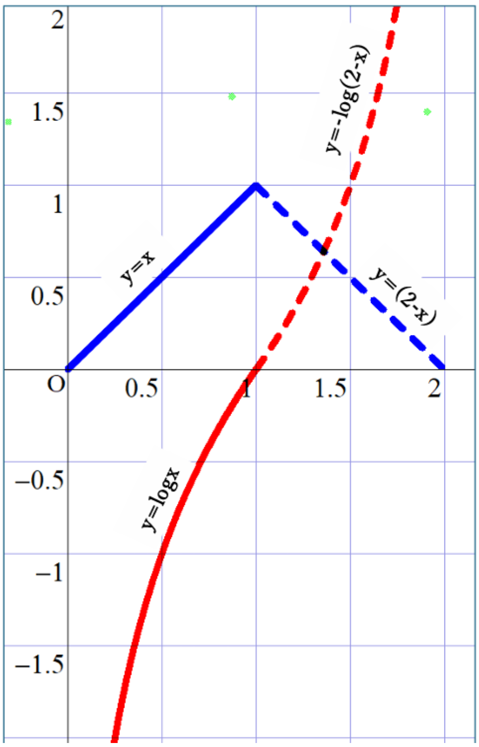
この法則に対してこれから示そうとする考えは濃度 x の値の範囲を拡張して考えるとエントロピーは変化に応じて増大も減少もすると結論できます。

先ず、エントロピーの表現として使用される対数関数 logx と濃度 x とを図に描いてその基本的なイメージを確かめることから始めます。

Figure 1

従来の熱力学は濃度が　(0≤x≤1) の範囲に限って濃度 1 を x と（1−x）とに分けて、それらの数値の混合（mixing) 状態のエントロピー値を、混合のエントロピー(entropy of mixing)としてその増大を結論づけているのです。

この図では濃度 1 以上の場合には、1 単位の物事に何個の空間が含まれているかを新たな濃度と見てエントロピーを計算しています（図の横軸が 1.0 から 2.0 まで、点線部分)。



(I)　　濃度変化が 0 から 1.0 までの場合の混合のエントロピー

混合のエントロピーは次式で表されます、

$S_{mix}1 = -(x\log x + (1-x)\log(1-x))$　…… 1

この式における濃度 x の変化範囲は 0 から 1.0 に限られているため、エントロピー値はプラスに限られています。

$S_{mix}1$ 式の意味は濃度 x が 1.0 である状態（体積 1 の中に物質 1 個が含まれる場合）を、濃度を x と（1－x）とに分けたとして、その各々のエントロピーlog(x)と log(1-x)にその割合 x と(1-x)とを掛けた数値の和を示しています。従って x ＝0.5、すなわち 1.0 の均等分配において $S_{mix}1$ は最大値 1.0 となり、どのような分配においても必ずプラス値をとります。

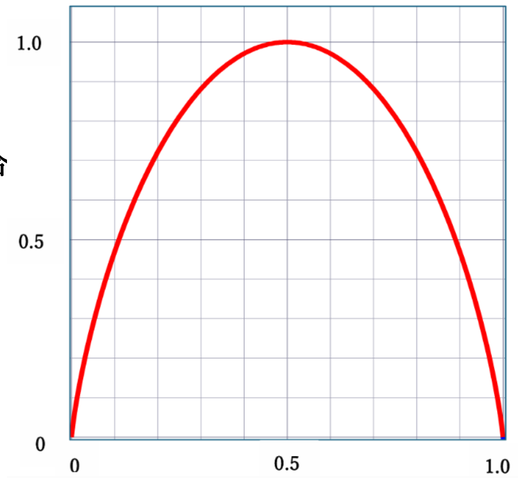
$S_{mix}1 = -(0.5\log 0.5 + 0.5\log 0.5) = -\log 0.5 = \log 2 = 1.0$

$S_{mix}1$ を図に描くと Figure 2 となります。

Figure 2

式 $S_{mix}1$ を図に描くと右図のようになる。

1.0 の均等分割、 x ＝0.5、において混合エントロピーは最大値 1.0 となっています。



この図では濃度 1.0 が濃度変化の極限として理解されています。濃度 1.0 は百万でも 1 億でも如何に大きくても有限値であればそう見なして計算できる。しかし、無限値を 1.0 と置くことはできません。その場合には混合エントロピーがマイナスになることを次節で説明します。

(II)　　濃度 x が 1.0 から無限、$(1 \leq x \leq \infty)$、の場合の混合エントロピー.

Figure 1 に於ける濃度が 1.0 以上の場合の混合エントロピーは従来無視され来ています。しかし、 x が 0 から∞まで範囲で無ければ全貌の半分では満足はできません。

∞は扱い難いと思われるでしょうが、式 1 のマイナス符号を式の対数に適応すれば式 1 は、

$S_{mix}1 = (x\log(1/x) + (1-x)\log(1/(1-x)))$　となり、x= 2 が 0.5 となり、∞が 0 となり、 x が 1.0 から 0 までの計算として納得できます。

さらに、 x が 1.0 以上は空間 1 個の中に物質が 1 個以上存在する濃度の高い状態ですから、混合エントロピーはマイナス値になるはずであり、上式にも
負号をつけて混合エントロピーは、

$$S_{mix}2 = -(x\log(1/x) + (1-x)\log(1/(1-x))) \quad \cdots\cdots 2$$

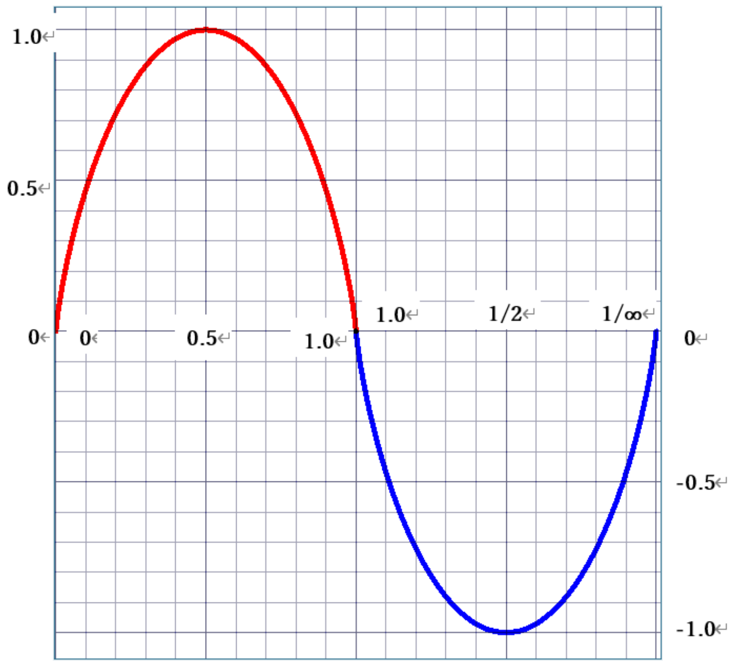
となります。

式の扱い上この式は濃度 x が 0 から 1.0 まで変化を表しているので、座標を 1.0 だけ右に移して式を書くと、

$$S_{mix}3 = -((x-1)\log(1/(x-1)) + (2-x)\log(1/(2-x))) \cdots\cdots 3 \qquad (1 \leq x \leq 2)$$

となり。式 1 と式 3 とを合わせて図に描くと Figure 3 の様になります。

Figure 3
混合エントロピーの全貌。
$(0 \leq x \leq 1)$は赤線。：式 1
$(1 \leq x \leq \infty)$ は青線。：式 3
で示されています。



(III)　　0 の個数、∞の個数

濃度 x が 1 以上の場合の混合エントロピーがマイナスになる。という事は少々、理解が難しいかも知れないので図でこれを示すことを試みましょう。そうすることによって、ゼロの個数、無限∞の個数、という概念も理解がし易く感じられるでしょう。従来の熱力学の濃度 x が 0 から 1.0 までの範囲での混合エントロピーではサイフ 1 個にお金 1 円の状態は説明出来ますが、そこで更に道に転がってるサイフ 0 個の 1 円は濃度が無限大ですから従来の熱力学の取り扱い範囲外になります。

以下に示す図、Figure　4、では空のサイフを四角形、1 円のお金は黒丸で示してあります。

空のサイフと道に転がってる1円とを足し合わせると、1円入りのサイフ1個（標準状態）になることが分かると思います。ここではこれを 1 個のゼロと 1 個の∞との和が 1 個の 1.0 になる。と解釈しています。従って、空サイフが 2 個であれば、それは2個のゼロと数えられます。同様に、下図で黒丸が2個ならそれは∞が2個と見なせます。

Figure 4-1

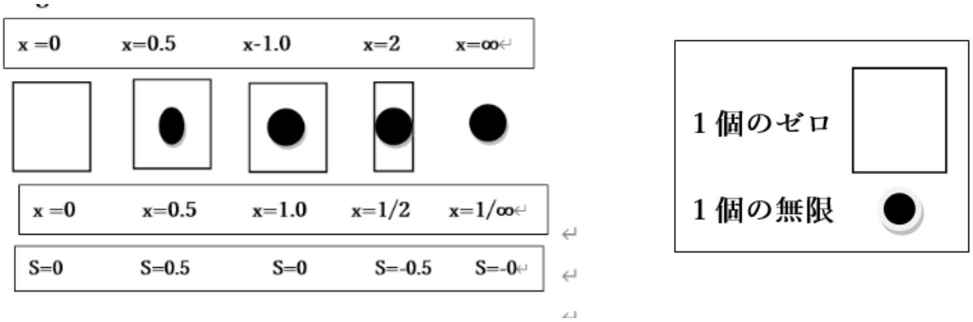
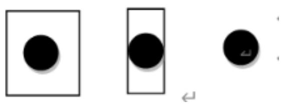


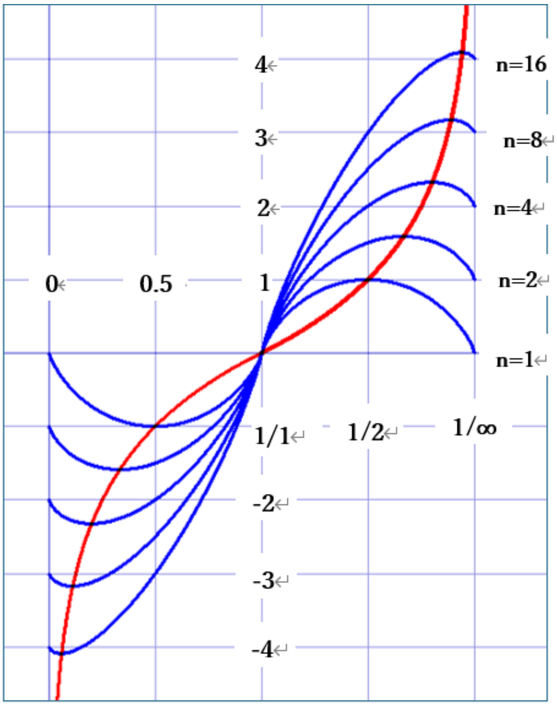
Figure 4-2　　Figure 4-1 の左半分。濃度 x が 0 から 1.0 までのモデル図。

Figure 4-3　　Figure 4-1 の右半分。濃度 x が 1.0 から∞までのモデル図。



（IV）　n 個のゼロと n 個の∞の場合の混合エントロピーの図示。

前節で楽しんだ、濃度 x の 0 から∞までのモデル図をここでは数式を図に描いて考えて見ましょう。



Figure(5)-1 本文中に式 $S_{mix}1$ と式 $S_{mix}2$ で示した混合のエントロピーに於いてゼロの個数と∞の個数を n として、n が 1 以上の場合も含めて図に描いたものが左図です。

$S_{mix}1 = x\log x + (1-x)\log((1-x)/n)$

for$(0 \le x \le 1)$

$S_{mix}2 = (x-1)\log(n/(x-1)) + (2-x)\log(1/(2-x))$

for $(1 \le x \le 2)$

Note: この図では混合のエントロピーを x が 1.0 以下ではマイナス、1.0 以上ではプラスとして描いてある。通常の混合エントロピー式にマイナス符号がつけてあるのは混合エントロピーを正にするための方便。

図中の赤線は各曲線のピーク位置をトレースした曲線。この線は Figure 1 のエントロピー線を 0 から 1.0 までと 1 から（1/∞）までとに圧縮した線になっています。要するに（1/x）の不定積分の表示です。

（V）　概要と総括

この論説の要点は、熱力学の第 2 法則とされる混合のエントロピーは常に増大する、とされている見方を考え直そうとする点にあります。

モデルで考えて、お金 1 円が空のサイフに入っていれば濃度は 1.0 と見なされるのですが、道に転がっている 1 円は、サイフ 0 個中の 1 円ですから濃度は当然、1/0＝∞と計算されます。

この状態について混合のエントロピーを検討したエントロピー減少の原理が Figure 3 に示されています。熱力学第 2 法則の修正・拡張です。

この考察を拡張した表示が Figure 5 で、1 個のサイフに 1 円含まれている状態を濃度 1.0 と設定して、その時に空のサイフ 1 個は 1 個のゼロ、と数える見方です。考えを広げると、お金 0 円のサイフ 2 個はゼロ 2 個とみなせます。逆にみれば、道に転がっているサイフ無しの 1 円は体積 0 状態ですから濃度∞1 個と見なせ、転がっているお金が 2 円なら、無限∞ 2 個と見なして計算できます。

念のために蛇足的例を書くと、ゼロ 2 個と∞ 2 個とを合わせると濃度は 1.0 になり、ゼロ 2 個と∞ 1 個を合わせると、濃度は 0.5 になり、そのエントロピー値は -log0,5 =log2=1.0 となるのです。(本文は Figure 3 では 1.0、 Figure 5 では-1.0 となるように設定してあります)。

このように、ゼロの個数、∞の個数を考えて混合のエントロピーの拡張をするというのがこの論説の第 2 の要点です。

「零の発見」という良く知られた著書がありますが、0 の個数と∞の個数を数える考え方は「無限の発見」と言えるかも知れませんね。

A veces las cosas no son lo que parecen.

参考文献

(1) Daniel Bernoulli : "Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis" Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petrapolitanae, Tomas V, (1738), pp175-192. ECOMOMETRICA (Journal of the Econometric Society, "Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk": Translated by Dr. Louise Sommer, (1954) pp23-36).

(2) G.Fechner "Elements of Psychophysics vol.1"(1859): Translated by H.E.Adler, Henry Holt Edition in Psychology (1966)197.

(3) Sadi Carnot: Réflexions sur la puissance motrice du feu, Paris (1824).

(4) Rudolf Clausius: Annalen der Physik und Chemie, 125-353-(1865).

(5) Ludwig Boltzmann (1866). "Über die Mechanische Bedeutung des Zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie". Wiener Berichte. 53: 195–220.

(6) Shannon, Claude E. ″A Mathematical Theory of Communication″ Bell System Technical Journal 27 (3): 379,

(7) 零の発見.岩波新書、1976, 吉田洋一。

＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊

京都エネカン　新宮秀夫〒606-0854 京都市左京区下鴨東岸本町 38

Tel 090-6259-9536　shingu@enekan.jp　http://www.enekan.jp/

The Law of Entropy INCREASE and DECREASE

Kyoto Enekan Hideo Shingu　2025/06/17

Introduction

Entropy is in essence the evaluation of the usefulness of density of things or matter.

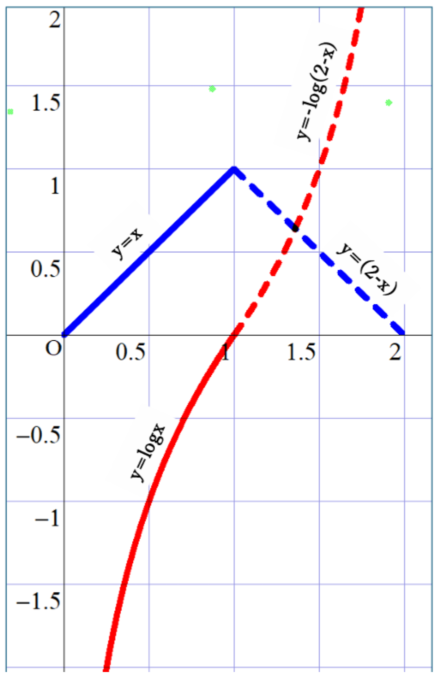
So that the first thing to be understood is how the density changes in the mathematical sense.

In the following discussion, density x is defined as the number of things in an unit space. In general, x may change from 0 to ∞ in all cases of change of things or matter. Entropy simply is understood as the logarithm of density x.

The second law of thermodynamics states in any change of density, entropy always increase. The present article points out that, entropy should either increase or decrease according as the change of density x from zero, 0 to infinity , ∞. Entropy as the utility of x then is written log(x). The base of logarithm in the following discussion is 2, so that log2 =1, log0.5 = -1.

Before discussing the increase and decrease of entropy, the mathematical expression of density x and entropy logx is reviewed here as Figure 1 below.

Figure 1
While density x increases linearly,
entropy S = logx increases slowly.
The delivertive of logx equals 1/x.



Entropy of mixing evaluated for the x range (0≤x≤1) gives the answer that entropy always increase. While, evaluated for the range (1≤x≥∞), entropy decrease by mixing becomes the answer.

(I) Entropy of mixing for the range of x in ($0\leq x \leq 1$).

The equation of entropy of mixing is given as,

$S_{mix}1 = -(x\log x + (1-x)\log(1-x))$ …… 1

where the range of x is limited for ($0\leq x \leq 1$) to give the answer of S limited to the positive values.

The term "mixing" here means the addition of two divided parts of one unit density.

Unit density x=1.0 means one thing contained in a unit size of space. The ways of division are naturally infinitely many from say, 0 and 1, 0.2 and 0.8 and so on.

The equation 1 shows the sum of entropy of each divided parts multiplied by the ratio of each divided parts.

The point to be noticed here is the $S_{mix}1$ value for the case when x value is 0.5, the evenly divided case, each divided parts has the same value. In such case the value of S $S_{mix}1$ becomes maximum as,

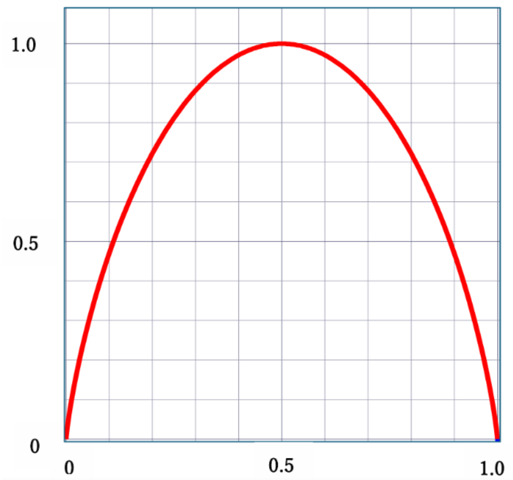
$S_{mix}1 = -(0.5\log 0.5 + 0.5\log 0.5) = -\log 0.5 = \log 2 = 1.0$

Since there is no further way of division from even division, the value of S in this case is the maximum. The situation shown in equation 1 can clearly be seen in the Figure 2 shown here.

Figure 2

Entropy of mixing for the range of density x from 0 to 1.0 as shown by the equation 1.

It should be noted that 1.0 can represents any finite value of x however large. But, x can not represents an infinite value.



(II) Entropy of mixing for the range of x in ($1 \le x \le \infty$).

To expand the range of mixing entropy equation to ($1 \le x \le \infty$) the density x must be substituted by the inverse value (1/x). Then the range ($1 \le x \le \infty$) becomes ($0 \le x \le 1$). Then the mixing entropy Equation 1 becomes

$S_{mix}2 = -(x\log(1/x) + (1-x)\log(1/(1-x)))$ ……2

This formula must be shifted to the right side by one in order to connect it with the Equation 1.

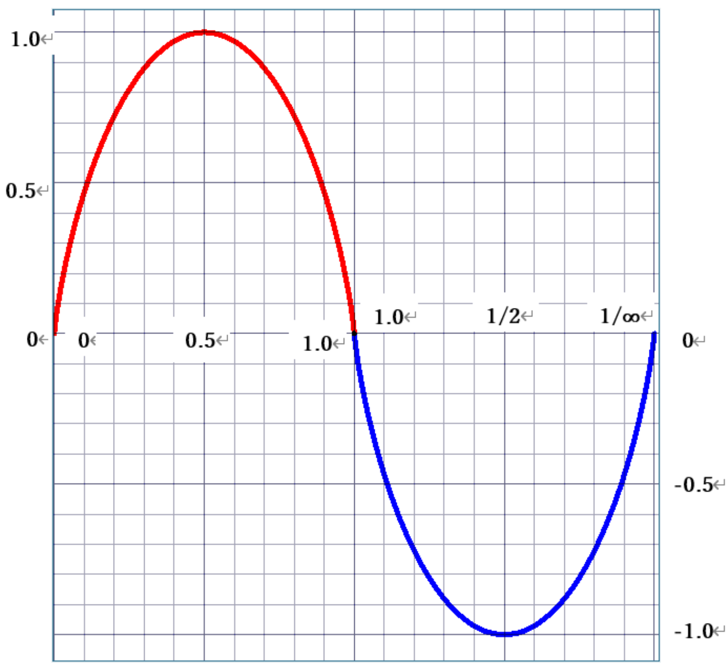
$S_{mix}3 = -((x-1)\log(1/(x-1))+(2-x)\log(1/(2-x)))$ ……3 ($0 \le x \le 1$)

where the answer of mixing entropy is limited in the negative range when the density is greater than 1.0 to $x=1/\infty=0$.

The generally accepted second law of thermodynamics tells that any change of density the entropy always increase. Such "rule" must be reconsidered since the Equation 3 above tells that the physical case when a thing in single container is in contact with another thing that has no container as shown in the Figure 3 below.

Figure 3

Entropy of mixing for the range of density x from 0 to 1 (red curve) ($0 \le x \le 1$), and the range of x from 1 to infinity, arranged as given in Equation 3 (blue curve) ($1 \le x \le 2$).



(III) Mixing of one zero and one infinity.

In this section the notion of counting number of zeros and counting number of infinities is discussed.

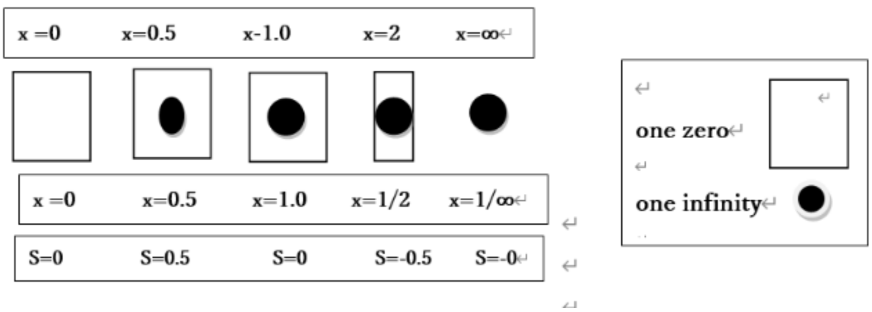
Mixing of one empty purse and one dollar coin on the road without purse produces one purse with one dollar, the density one situation, x=1.0, the entropy log(1)=0.

The empty purse may be regarded as the zero thing in one space. Exactly opposite situation is, one dollar on the road which may be regarded as the zero space for one dollar.

Mathematically, one empty purse represents one zero, 0. One dollar coin on the road represents one infinity, ∞. The notion of one zero and one infinity is explained by the drawings shown in Figure 4 below.

Figure 4

Figure 4-1

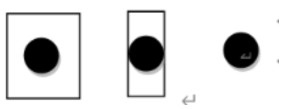


The conventional law of entropy increase treats only the left half of the Figure 4-1.

Figure 4-2

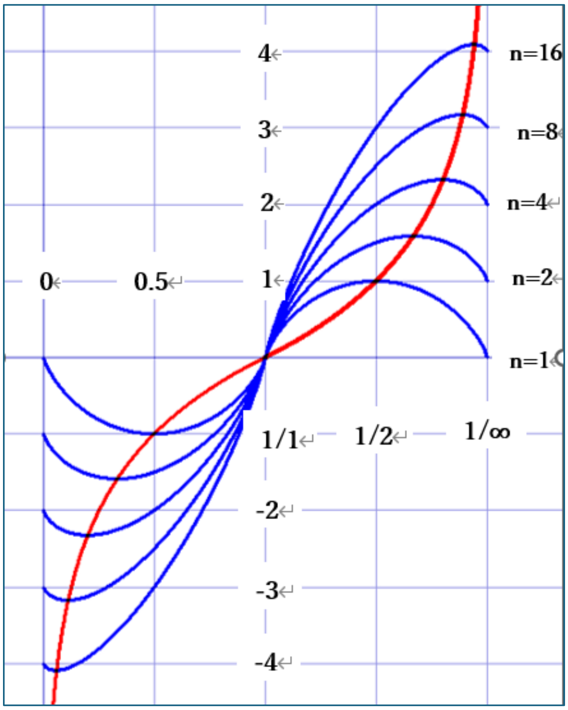
The right half of the Figure 3 is shown as the instance of entropy decrease.

Figure 4-3



(IV) Mixing entropy for several zeros 0s and several infinities ∞s.

So far the notion of expressing the size of zero and size of infinity by numbers, in this section how the entropy value change is shown by figures.



Figure(5)-1 at left shows the curves of mixing entropy depicted for the density range between 0 and infinity, The number n on the right side of the curves indicate the number of 0s and ∞s used for calculation of each curve using the following equations.

$S_{mix}1=x\log x+(1-x)\log((1-x)/n)$ for$(0\leq x\leq 1)$

$S_{mix}2=(x-1)\log(n/(x-1))+(2-x)\log(1/(2-x))$ for $(1\leq x\leq 2)$

Note: The entropy values are drawn here to be negative for $(0\leq x\leq 1)$ and to be positive for $(1\leq x\leq \infty)$.

The red line across the trace of the peak positions of increased or decreased values of entropy shows simply the value of partial molar entropy or the self-entropy(surprisal) in information theory, which are nothing but the indefinite integral of 1/x : log(x).

(V) Discussion and summary.

The so called law of entropy increase tells only half of the whole nature of entropy as told in the above text. Entropy is in short, the logarithm of density. The entropy increase law considers the range of density from 0 to 1. To consider the entropy in the density range over 1 to infinity seems difficult since log∞ appears inaccessible. One coin on the road means a coin without purse (space) which can be expressed as $(1/\infty)$. Since the density of purse is zero when density of coin is ∞.

By calculating entropy of mixing, from a vacant one space, to one coin in one space, and to zero space with one coin, the whole range of mixing entropy can be calculated.

The example used here, the purse and coin (space and thing) may also be applied to the cases of temperature (density of heat energy) and probability (the density of correct answers).

In these cases, one gram of a thing acts as one purse and one joule of heat acts as one coin. The doubt in your mind is the size of empty purse and the correct answer is one coin on the road.

Counting number of zeros and number of infinities is not in our everyday thinking but it may be useful once its meaning is understood.

Las cosas no son lo que parecen.　真実は見かけによらないものだ。

References

(1) Daniel Bernoulli : "Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis" Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petrapolitanae, Tomas V, (1738), pp175-192. ECOMOMETRICA (Journal of the Econometric Society, "Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk": Translated by Dr. Louise Sommer, (1954) pp23-36).

(2) G.Fechner "Elements of Psychophysics vol.1"(1859): Translated by H.E.Adler, Henry Holt Edition in Psychology (1966)197.

(3) Sadi Carnot: Réflexions sur la puissance motrice du feu, Paris (1824).

(4) Rudolf Clausius: Annalen der Physik und Chemie, 125-353-(1865).

(5) Ludwig Boltzmann (1866). "Über die Mechanische Bedeutung des Zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie". Wiener Berichte. 53: 195–220.

(6) Shannon, Claude E. "A Mathematical Theory of Communication" Bell System Technical Journal 27 (3): 379

＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊

京都エネカン　新宮秀夫〒606-0854 京都市左京区下鴨東岸本町 38

Tel 090-6259-9536　shingu@enekan.jp http://www.enekan.jp/

入会申込書

京都エネルギー･環境研究協会
代表　新宮秀夫　殿
私は本会の設立趣旨に賛同し、入会致します。

会員種別：　正会員、　賛助会員、　　学生会員　（いずれかに０印）、口数：(　　　)
氏名：
住所：
学生の場合、学校名：（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）
e-mail:(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)
tel:(　　　　　　　　　　　　　　　)　、fax:(　　　　　　　　　　　　　　　　　)
会の活動に関する通知方法：　特別な場合以外は　e-mail　でおねがいします。
この会を知った方法：　会員の紹介（　　　　　　　　　　　　氏）、ホームページをみて、
その他（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）
この会に期待することなど、あればお書きください。

（この入会申込書をコピーしてお使いください）
e-mail：shingu@enekan.jp
HP：http://www.enekan.jp/
TEL&FAX：075-722-1223

エネカン会費の納入口座を更新しました。よろしくお願い致します。

エネカンの年度は６月からですが､すでに待ちきれずに？振り込みをされた会員もが多くおられます。ご支援ありがとうございました。

毎年会費振り込みの口座名、宛名をどう書くか？という質問が幾つか来るので、簡明な振り込み口座を，新設しました。下記いたします。旧口座も当分保持しますが、振り込みは、どうか下記宛てに今後はお願いいたします。

京都銀行　下鴨支店（店番：142）普通預金　口座番号　3385134
キョウトエネカン　ダイヒョウ　シングウ　ヒデオ

ゆうちょ銀行　普通預金
店名　四四八　（ヨンヨンハチ）
店番　448
口座番号　1819039
シングウ　ヒデオ
記号 14420　番号 18190391

ゆうちょ銀行　振替払込口座
口座記号　　00900－9－
口座番号　　235184
加入者名　　　新宮秀夫

エネカン会費

正会員	会費年額	１口	1000 円	５口以上
賛助会員	会費年額	１口	1000 円	１口以上
学生会員	会費年額		1000 円	
団体賛助会員	会費年額	１口	1000 円	10 口以上

京都エネルギー環境研究協会（京都エネカン）
代表　新宮秀夫

〒606-0854 京都市左京区下鴨東岸本町38
TEL & FAX 075-722-1223
e-mail shingu@enekan.jp
HP http://www.enekan.jp/